

どれくらい遠くから見えるかな？

(三平方の定理)

本単元で育成する資質・能力

「主体性」「協働的課題解決力」「振り返り力(メタ認知力)」

日 時 令和2年12月8日(火) 6校時(14:00~14:50)
場 所 3A教室
学年・組 第3学年A組(男子17名, 女子9名, 計26名)

単元について

本単元は、学習指導要領の中の、「B 図形 (3) 三平方の定理」を受けて設定したものである。

三平方の定理は、中学校の図形教材の最後にあたり、図形分野のまとめとして扱うことのできる教材で、図形の計量について考察する際など、多くの場面で用いられる重要な定理である。

単元を通じた学習の中で、第1学年の「数と式」で学習する等式の性質、方程式の考え方や、第3学年で学習した「多項式」「平方根」「2次方程式」といった考え方を生かす。また、三平方の定理を学習することで、対角線の長さや高さ、体積、対角線の値を求めるなどの問題を解決できるようになり、その活用は平面図形・立体図形はもちろん、関数にまで及び、数学的な考え方や、図形の見方に大きく影響を与えるものと考えられる。

本単元における学習は、中学校3年間の学習を基礎・基本として用いた上に成り立っている。加えて、高等学校においては三角比、正弦定理、余弦定理へと拡張されるものである。

したがって、数と式、図形、数量関係を網羅した、数学的にも重要な単元であるといえる。

生徒観

本学級の生徒は、授業規律が確立されており、落ち着いて授業に取り組んでいる。また、1学期末に実施した授業評価アンケートの項目「1 授業中、私語やいねむりなどせず、集中して学習に取り組んでいます」では96.2%、同項目「4 授業では、解決しようとする課題について、「なぜだろう」「やってみよう」と思います」では96.2%の生徒が肯定的に回答しており、前向きかつ積極的に取り組んでいる。

一方で、項目「8 授業では、自分の考えとその理由を明らかにして、相手に分かりやすく伝えるように発表しています」では「よく当てはまる」と答えた生徒が、19.2%となっており、根拠立てて考えたり、自分の考えを、根拠を明確にして伝えたりすることに、苦手意識を持っていると考えられる。

指導観

【本校の育成しようとする資質・能力】

- 主体性(自ら課題を見いだす力)
- 協働的課題解決力(協力しながら課題を解決する力)
- 振り返り力(メタ認知力)

指導にあたっては、以下の工夫を行う。

○主体性

- ・日常生活と結びつけた手考えさせることで興味をもたせ、生徒の学習の主体性を高めたり、学習するに当たっての必然性を感じたりすることができるようにしていく。
- ・生徒の振り返り等で書かれた疑問点や考えを授業で取り上げ、生徒の自己効力感を高め、学びの主体性を高める。

○協働的課題解決力

- ・深い学びにつながるよう、グループ活動を取り入れ、議論（聴き合い）を行わせる。
- ・自分の疑問を出させたり、他の生徒の話をしっかり聴かせたりすることで、根拠を明確にしながらか多面的・多角的に考えることにつなげ、生徒間の協働性を高めさせる。

○振り返り力

- ・授業中に理解できたこと、できなかったこと、他単元に生かせることや、他教科、日常生活にかせること等、視点を明確にして振り返りをさせる。

単元の目標と評価規準

<単元の目標>

- 三平方の定理に関心を持ち、直角三角形の性質を調べようとしたり、定理を活用したりしようとする。
【数学への関心・意欲・態度】
- 直角三角形の3辺の間関係を見だし、三平方の定理を用いて、図形の性質を考えることができる。
【数学的な見方や考え方】
- 三平方の定理とその逆を用いて考察し、具体的な場面で活用できる。
【数学的な技能】
- 三平方の定理の意味と、その逆の意味、三平方の定理が用いられる場面を理解する。
【数量や図形についての知識・理解】

<評価規準>

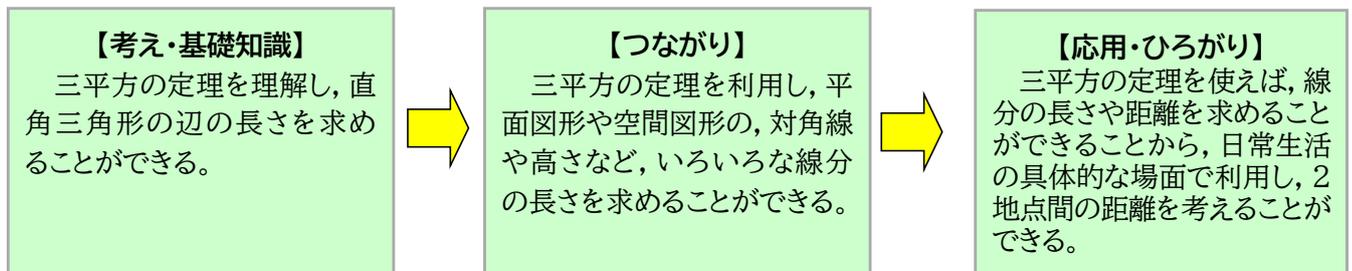
ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な技能	エ 数量・図形などについての知識・理解
<ul style="list-style-type: none">・直角三角形の3辺の長さの間に成り立つ関係に関心を持ち、その関係を調べたり、利用したりしようとしている。・三平方の定理の逆に関心を持ち、それが成り立つかどうか調べたり、利用したりしようとしている。	<ul style="list-style-type: none">・直角三角形と、その各辺を1辺とする正方形の面積の関係を、辺の長さの関係として、とらえなおすことができる。・三平方の定理やこれまでに学んだ図形の性質を利用して、問題を解決することができる。	<ul style="list-style-type: none">・三平方の定理を利用して、直角三角形の辺の長さを求めることができる。・三平方の定理の逆を使って、直角三角形を指摘することができる。・三平方の定理を利用して、具体的な場面における長さを求めることができる。	<ul style="list-style-type: none">・三平方の定理とその逆の意味を理解している。・平面図形・空間図形において、三平方の定理を用いて長さが求められる場面を理解している。

指導と評価の計画

○本単元で身に付けさせたい資質・能力と評価規準

資質・能力	主体性 (自ら課題を見いだす力)	協働的課題解決力 (協力しながら課題を解決する力)	振り返り力 (メタ認知力)
I (基礎的知識)	【課題発見と解決方策】 ○三平方の定理に関心を持ち、どんな場合に利用できるのかを考えようとしている。	【思考力・判断力・表現力等】 ○三平方の定理が成り立つ理由をいくつかの方法で説明することができる。	【知識・技能の理解】 ○三平方の定理の意味を理解できていると実感している。
C (つながり)	【考える・議論する】 ○三平方の定理が成り立つ理由を考え、証明を考えようとしている。	【多面的・多角的】 ○他者の意見を自分の考えと比較して聞き、その違いや共通点を見いだすことができる。	【他とのつながりを理解】 ○平面図形や空間図形といった具体的な場面で、三平方の定理を利用しようとしている。
E (応用)	【学びに向かう力】 ○三平方の定理を、生活にいかすために、新たな活動を創り出そうとしている。	【未知の状況への対応】 ○いままで求めることのできなかった線分の長さを、三平方の定理を用い、既習事項と組み合わせながら、求めることができる。	【学びを生かそうとする力】 ○日常生活に関わる事象を理想化したり単純化したりして、三平方の定理を利用し、問題を解決することができる実感している。

【ICEモデル】



(全 11 時間)

次	学習活動	観点				生徒の思考の流れ	評価
		関	思	技	知		評価規準 ★資質・能力(評価方法)
1	課題の設定 本時の目標：正方形の面積から，3辺に成り立つ関係を考えることができる。 ・直角三角形の3つの辺の長さの間に成り立つ関係について予想する。	○				・直角三角形の3つの辺の長さには，どのような関係があるのだろうか。 ・ $a^2+b^2=c^2$ の関係が成り立ちそうだ。 ・どうしてそのような関係が成り立つのだろうか。	◇★直角三角形の3つの辺の長さの間に成り立つ関係に関心を持つ。(行動観察・ワークシート)【主体性】
2	情報の収集① 本時の目標：直角三角形の3辺の間に成り立つ予想した関係を証明することができる。 ・予想した関係が成り立つかどうかの証明を考える。(グループ) ・全体で意見を交流する。 ・違う並べ方でも証明できるかを考える。 ・三平方の定理を知る。	○				・斜辺を1辺とする正方形の面積は，どうやったら求められるのだろうか。 ・別のやり方でも証明できるのかな。 ・直角三角形の3辺の間には， $a^2+b^2=c^2$ の関係が成り立つ。	◇直角三角形の3辺の間に成り立つ予想した関係を，いくつかの方法で証明することができる。(行動観察・発表) ★直角三角形と，その各辺を1辺とする正方形の面積の関係を，辺の長さの関係として捉えることができる。(行動観察)【協働的課題解決力】
3	整理・分析① 本時の目標：三平方の定理を使って，辺の長さを求めることができる。 ・三平方の定理を利用して，直角三角形の辺の長さを求めてみよう。			○		・いままで求めることができなかった辺の長さを求めることができる。 ・1学期に習った平方根の考え方が出てくるのだな。	◇三平方の定理を使って，直角三角形の辺の長さを求めることができる。(行動観察) ★三平方の定理を使って，直角三角形の辺の長さを求めようとしている。【主体性】
4	情報の収集② 本時の目標：三平方の定理の逆を理解し，直角三角形かどうか判断できる。 ・三平方の定理の逆が成り立つかどうか考える。 ・三平方の定理の逆を使って，与えられた三角形が，直角三角形か考える。				○	・三角形の3辺の長さの間に， $a^2+b^2=c^2$ の関係が成り立つとき，与えられた三角形は，直角三角形とってよいのだろうか。 ・ c の値(斜辺の長さ)が分かれば，公式に当てはめやすい。	◇証明を考えることで，三平方の定理の逆が成り立つことを理解できている。(行動観察) ★三平方の定理の逆を使って，与えられた図形が，直角三角形かどうか判断しようとしている。【主体性】
5	整理・分析② 本時の目標：三平方の定理を利用して，正方形や正三角形の高さなどを求めることができる。 ・三平方の定理を利用して正方形の対角線の長さを求める。 ・三平方の定理を利用して，正三角形の高さを求める。			○		・いままで求めることができなかった線分の長さを求めることができる。	◇三平方の定理を利用して，正方形の対角線や，正三角形の高さを求めることができる。(行動観察) ★三平方の定理を利用して，図形の対角線や高さなど，線分の長さを求めようとしている。【主体性】

	・特別な直角三角形の3辺の比を知る。					・三角定規の形をした直角三角形は、決まった辺の比があるのだな。	
6	整理・分析③ 本時の目標：三平方の定理を利用して、身のまわりの具体的な場面における長さを求めることができる。						
	・身のまわりの問題を考える。			○		・身のまわりに三平方の定理が使えるものがあるのかな。 ・どこで三平方の定理を利用できるのだろう。	◇三平方の定理を利用して、身のまわりの具体的な場面における長さを求めることができる。(行動観察) ★三平方の定理を利用して、身のまわりの具体的な場面における長さを求めることができる。【協働的課題解決力】
7	整理・分析④ 本時の目標：三平方の定理を利用して、平面図形のいろいろな長さを求めることができる。						
	・座標平面上の2点間の距離を求める。 ・点と直線の距離を求める。 ・球の切り口の円の半径を求める。			○		・2点間の距離は、どのようにして求められるのかな。 ・平面図形でも三平方の定理が使うことができるのかな。 ・空間図形でも三平方の定理を利用できるのか。	◇三平方の定理を利用して、平面図形のいろいろな長さを求めることができる。(行動観察) ★平面図形の中に直角三角形を見だし、工夫して考えることができる。【協働的課題解決力】
8	整理・分析⑤ 本時の目標：三平方の定理を利用して、空間図形のいろいろな長さを求めることができる。						
	・直方体の対角線が $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ と表される理由を考える。 ・円錐や四角錐の、辺の長さや体積を求める。			○		・まずは具体的な数字を使って考えてみよう。 ・立体の切り口を考えるのは難しいな。 ・見取図を書いたら分かりやすそうだ。 ・これまでに学んだ図形の性質を利用して考えないといけないね。	◇三平方の定理を利用して、空間図形のいろいろな長さを求めることができる。(行動観察) ★空間図形の中に直角三角形を見だし、工夫して考えることができる。【協働的課題解決力】
9	実行・振り返り 本時の目標：立体の最短経路を考え、理由を説明することができる。						
	・立体最短経路を考える。			○		・辺に沿って糸をかければいいのか。 ・実際に糸をかけるとしたら、辺には沿わないな。 ・模型に実際に線を引いて考えよう。 ・展開図で考えてみよう。	◇どのような経路をたどるのが最短距離なのかを考え、三平方の定理を利用してその求め方を説明することができる。(行動観察・ワークシート) ★どのような経路をたどるのが最短距離なのかを、図を書き込みながら考えることができる。【協働的課題解決力】
10	実行・振り返り 本時の目標：三平方の定理を利用して、問題を解決することができる。						
	・さまざまな線分の長さを求める。			○		・これまでに学んだ図形の性質を利用して考えよう。	◇三平方の定理や、これまでに学んだ図形の性質を利用して、問題を解決することができる。(行動観察・ワークシート)

					・2次方程式を使うことになるね。	★いままでに学習した内容を用いて与えられた線分の長さを求めることができる。【振り返り力】	
11	まとめ・創造・表現	本時の目標：どれくらい遠くから見えるか考えてみよう					
	パフォーマンス課題		○		<ul style="list-style-type: none"> ・建物や標高差を無視してもいいのなら、どんなに離れても見えそう。 ・地球を球体として考える必要があるね。 ・視線を表す直線はどのようにひくことができるだろう。 	<p>◇三平方の定理を利用して、展望台からどのくらい遠くまで見えるのかを考えることができる。(行動観察・ワークシート)</p> <p>★現実事象を理想化，抽象化しながら数学の事象として捉え，数学的に考察している。【協働的課題解決力】</p>	

パフォーマンス課題

育てたい資質・能力	主体性，協働的課題解決力，振り返り力（メタ認知力）
教科の評価規準	三平方の定理を利用して，東京スカイツリーの展望台がどのくらい遠くから見えるのかを考えることができる。

パフォーマンス課題のシナリオ

次の文はあるグループでの会話です。あとの問いに答えなさい。

A：昨日お父さんと望遠鏡で月を見たんだよ。そしたらクレーターがバッチリ見えたよ。

B：すごいなあ。月って地球から約38万kmも離れているって理科で習ったよね。そんなに遠くのものが見えるなんて驚きだね。

A：昨年，家族で東京に行ってスカイツリーの展望台まで上ったんだけど，望遠鏡を使えばここからでもスカイツリーが見えるかな？

B：それは無理だと思うよ。だって日本からアメリカは見えないじゃない。

A：あっ！そうか。地球って丸かったんだ。じゃあ，どこからならぎりぎりスカイツリーが見えるだろう？

B：それは数学で習ったことを使って計算で求めることができると思う。作図して一緒に考えようよ。

(1) あなたがBさんなら，どのように説明しますか。作図しながら説明を考えましょう。

(2) スカイツリーは，どれくらい先からまでなら見えるか求めなさい。

(地球の半径を6400km，東京スカイツリーの高さを650mとする。)

予備的ルーブリック

尺度(レベル)	記述語(パフォーマンスの特徴)
3 理想的	地球の半径を，文字を使って計算を進めるなどして，既習事項を利用しながら説明をすることができている。また，東京スカイツリー以外の建物や，高い山などがどれくらい遠くから見えるのか興味を持ち，調べようとしている。
2 合格	円外の1点からの接線をひき，三平方の定理を利用して，どのくらい遠くから見えるのかを考え，その理由を説明している。
1 乗り越えさせたい実態	円外の1点からの接線がひけていない。また，三平方の定理を利用することができていない。

本時の学習

(1) **本時の目標**

直角三角形の3辺の間に成り立つ関係を予想し、証明することができる。

(2) **本時の評価規準**

三平方の定理とその証明を理解することができる。【数量・図形などについての知識・理解】

(3) **準備物**

直角三角形（掲示用4枚，各班4枚×6班）

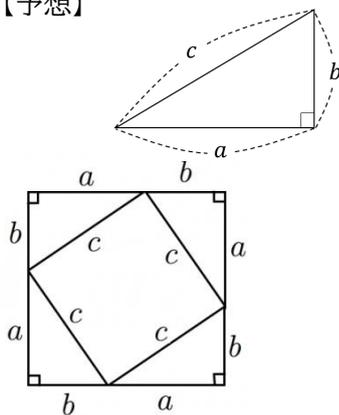
(4) **本時の展開**

学習活動 ・ 予想される生徒の反応	指導上の留意事項 (◇) ◆「努力を要する」状況と判断した生徒への指導の手立て	評価規準 (評価方法)	資質・能力 (評価方法)
1 既習事項の確認をする。〔3分〕			
○前時の学習内容を振り返る。 <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px; display: inline-block;">課題の設定</div>	◆直角三角形の3辺の間に成り立つ関係について予想したことを確認する。		
2 本時の課題を設定する。〔2分〕			
○課題を把握する。 【本時の目標】 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">直角三角形の3辺の間に成り立つ関係を予想し、証明することができる。</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px; display: inline-block;">情報の収集</div>			
3 情報を収集し、解決の見通しを持つ。〔15分〕			
〔共有の課題〕 ○斜辺を1辺とする正方形の面積を考える。 ・ c^2 になる。 ・ 他の表し方はないか、考えてみよう。 ・ 乗法公式を使って計算するね。 ○他のやり方で表すことができるかを考える。 ・ 別の並べ方でも、予想した関係式を証明できるかな。 ・ 同じやり方で、 c^2 を a と b を使って表すことができるかな。 <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px; display: inline-block;">整理・分析</div>	◇直角三角形の斜辺を1辺とする正方形の面積を考えさせ、予想した3辺の間に成り立つ関係の、その理由を考えさせる。		
4 情報を整理し・分析し、課題解決する。〔15分〕			
○三平方の定理を知る。 〔ジャンプの課題〕 ○直角三角形の各辺を1辺とする3つの正方形の面積の関係を考える。 ・ 三平方の定理から、斜辺を1辺とする正方形	◆補助線を引き、同じ面積の三角形に気づかせ、等積変形による証明を考えさせる。 ◇直角三角形の各辺を1辺とする3つの正方形の面積を考えさせ、三		★直角三角形と、その各辺を1辺とする正方形の面積の関係を、辺の長さの関係として捉えることができる。(行動観察)【協働的課

<p>の面積は、残りの2つの正方形の面積の和になるね。 ・面積が等しい三角形はどこに作れるだろう。</p> <p>まとめ・表現</p>	<p>平方の定理の証明を、多面的・多角的に捉えられるようにする。</p>		<p>【題解決力】</p>
<p>5 学習のまとめをする。[5分]</p>			
<p>○等積変形による証明を全体で確認する。 ・なるほど。そう考えるのか。 ・計算による証明はできなくても、図形を変形していく証明は見た目で見やすいな。</p> <p>振り返りと次時への課題設定</p>	<p>◇三平方の定理の証明は、数種類あることを伝え、他にどんな証明があるのか興味をもたせる</p>	<p>◇予想した直角三角形の3辺の間に成り立つ関係の証明を、いくつかの方法で考えることができる。(行動観察・発表・ノートの記事等)</p>	
<p>6 本時を振り返り、次時につなげる。[5分]</p>			
<p>○振り返りを行い、学んだことを記録する。 ・直角三角形の3辺の間に成り立つ関係が分かった。 ・証明が複数あることが意外だった。 ・三平方の定理を使って実際の問題を解いてみたいと思った。</p> <p>○振り返りを全体で交流する。</p>	<p>◇学んだことを、全体に発表し交流し合う。</p>		

板書計画

本時の目標 予想した直角三角形の3辺の間に成り立つ関係の証明を考えることができる。
【予想】



予想した関係
 $a^2 + b^2 = c^2$

