

面積を変えずに、形を変えよう！

～三角形と四角形～

本単元で育成する資質・能力

「主体性」「課題解決力(探究力)」「ふりかえり力(メタ認知力)」

1 日時 平成30年12月12日(水)6校時

2 学年 第2学年A組(男子16名,女子9名,計25名)

3 単元観

本単元は、学習指導要領における「B 図形-(2) 図形の合同について理解し図形についての見方を深めるとともに、図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を養う。」を受けて設定したものである。

第1学年では、図形の作図や移動を取り扱っている。また、空間における直線や平面の位置関係を知り、空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されているものと捉えたり、平面上に表現したり読み取ったりしている。さらに扇形の弧の長さや面積、基本的な柱体、錐体及び球の表面積と体積が求められるようにしている。これらの学習を通して、図形についての豊かな感覚を育み、図形についての理解を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を培ってきている。

第2学年では、「図形の性質と合同」の単元において、平面図形の角に関する性質を、平行線の性質を使って導き、確かな根拠を基にして筋道を立てて考え説明することを経験した。本単元では、さらに三角形の合同条件を使って、演繹的に考えることによって三角形や平行四辺形の性質や条件を考察し、図形についての理解を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を養うことをねらいとしている。

他教科との関連では、中学校国語における『「B 書くこと」伝えたい事実や事柄について、自分の考えを、根拠を明確にして書くこと。』や美術科『「A 表現」-(3) 形や色彩などの表し方を身に付け、意図に応じて材料や用具の生かし方などを考え、創意工夫して表現すること。』などの活動を通して、数学的な表現を用いて伝える際には、相手に理解しやすくなるように筋道を立てて説明することが重要であることを理解し、数学的に表現することのよさを実感できるようにする。

4 生徒観

本学年生徒が昨年度実施した標準学力調査によると、図形領域における平均正答率は55.0%（対全国比—1.2P）であるが、全体の正答率30%未満の生徒の割合が24%と高く、基礎学力に課題が見られる。

また、7月に質問紙調査を行ったところ、結果は次の通りである。

番	内容	よく(肯定的) 昨年→今年
4	授業では、解決しようとする課題について、「なぜだろう」、「やってみよう」と思います。	28.0→40.0%
5	授業では、課題を解決するために、どのような方法だと解決することができるかを考えています。	20.0→40.0%
9	学習のふり返りをするときには、「どこまで分かったか」、「学習の方法でうまくいったことや失敗したことなどの理由」を考えています。	40.0→52.0%
10	学習のふり返りをするときには、「もっと考えてみたいこと」、「もっと調べてみたいこと」、「もっと工夫してみたいこと」などを考えています。	40.0→32.0%

これらのことから、なぜこの問題を解くのかといった課題に対する意欲付けや見通しをもつことについては昨年度より向上したものの、依然として課題である。また、学習したことを新たな疑問へと発展させたり、既習事項等とつなげようとしたりすることに課題が見られる。

5 指導観

指導にあたっては、以下の工夫を行う。

(1)主体的・対話的で深い学びに向けた指導の工夫

- ・H30 全国学力・学習状況調査の数学B⁴を参考に、証明を振り返り発展的に考えられるよう、補助線の引き方が一通りでない問題を設定し、「予想」を通して多様な意見を出しやすくする。
- ・証明がかけない生徒には、仮定と結論を確認した上で、必要な定理などについてペア等で対話をするこ
とで、証明の流れをつかませる。

(2)振り返り場面の指導の工夫

- ・証明を振り返り、用いた関係と結論を【証明の振り返り】としてワークシートにかき出して整理し、新
たな性質を見いださせる。
- ・振り返り場面では、「今日の学習で分かったこと」、「これまでの学習とのつながり」、「もっと考えてみた
いこと」などの視点を示し、図形の条件を変えることで新たな性質の発見があることなど、発展的に考
えることのよさを考えさせる。

(3)生徒の実態に合わせた指導の工夫

- ・授業のはじめに、本時の学習の流れを掲示し、課題解決にあたっての見通しを持たせる。
- ・判断に必要な性質や定理などをヒントカードにして提示し、思考を支援する。
- ・発言が出にくい場合は、ペアトークなどを仕組み、自信を持って発言できるようにする。

6 単元で育てたい資質・能力及び本単元の目標と評価規準

○ 本単元で身につけさせたい資質・能力と評価基準

資質・能力	評価基準		
	I	C	E
主体性	課題発見と解決方策 平面図形の基本的な性質や 関係を作図するなどして見 いだそうとする。	考える・議論する 証明をするとき、見通しを 立てる場面でその根拠を示 そうとする。	新たな活動 証明した事柄から、新たな 図形の性質がいえないか考 えている。
課題解決力 (探究力)	情報選択・収集 図形の論証に必要な定理や 条件などを示すことができ る。	多面的・多角的 図形の性質などの定理や用 語を用いて簡潔に表現する ことができる。	新たな課題・発見・創造 証明した事柄から、新たな 図形の性質を見いだすこと ができる。
ふりかえり力 (メタ認知力)	知識の理解 証明した結論が、どのよう な図形の性質であるかが分 かっている。	他とのつながりを理解 既習事項を活用して、新た に図形の性質を証明でき ることが分かっている。	活用できているか理解 事象を数学的に考察する過 程を振り返って考えを深め ている。

〈単元の目標〉

- (1) 平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解することができる。
- (2) 証明の必要性和意味及びその方法について理解することができる。
- (3) 三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、図
形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだしたりすることができる。

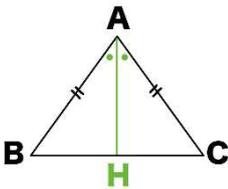
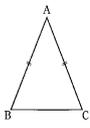
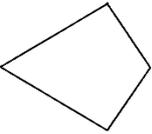
〈評価基準〉

ア 数学への関心・意欲・ 態度	イ 数学的な見方や考え 方	ウ 数学的な技能	エ 数量や図形などに ついての知識・理解
--------------------	------------------	----------	-------------------------

<ul style="list-style-type: none"> ・三角形や平行四辺形の性質などに関心をもち、それらについて調べ、証明しようとしている。 ・図形の性質の証明を読むことに関心をもち、新たな性質を見いだそうとしている。 	<ul style="list-style-type: none"> ・二等辺三角形の性質を調べ、証明することができる。 ・平行四辺形の性質や平行四辺形になるための条件を調べ、証明することができる。 ・図形の性質の証明を読み、新たな性質を見いだすことができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・二等辺三角形の性質や平行四辺形の性質、平行四辺形になるための条件などを記号を用いて表したり、その意味を読み取ったりすることができる。 ・三角形や平行四辺形の性質の証明から、辺や角の関係などを読み取ることができる。 ・証明を読んで見いだした図形の性質を、記号を用いて表すことができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・二等辺三角形の性質を理解している。 ・直角三角形の合同条件とその必要性を理解している。 ・平行四辺形の性質や平行四辺形になるための条件を理解している。 ・長方形、ひし形、正方形、平行四辺形の関係などを理解している。
---	---	--	---

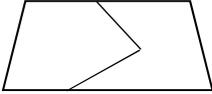
7 単元計画 (17 時間)

次	学習活動	●主な発問○○○○ ・生徒の思考の流れ	観点				評価	
			関	思	技	知	◇評価規準	★資質・能力 (評価方法)
<p>(単元を貫く課題) 基本的な平面図形の性質を見だし、それに基づいて図形の性質を確かめ説明することができる。</p>								
1	<ul style="list-style-type: none"> ・いろいろな三角形と四角形の性質を整理する。 	<ul style="list-style-type: none"> ●小学校で習った三角形と四角形にはどのような種類があったでしょう。また、どのような特徴がありますか。 ・辺の長さや角の大きさ、位置関係に注目すると特徴がまとめられるな。 	○				◇三角形と四角形の性質に関心をもち、それらについて調べ、証明しようとする。	
	情報の収集 本時の目標	二等辺三角形の底角の性質について説明することができる。						
	<ul style="list-style-type: none"> ・いろいろな方法で二等辺三角形を作図する。 ・作図した二等辺三角形から二等辺三角形の性質を見いだす。 ・二等辺三角形の定義から「二等辺三角形の2つの角は等しい」ことを証明する。 	<ul style="list-style-type: none"> ●二等辺三角形を作図して、性質をすべて見つけよう。 ・コンパス・分度器・折り紙を使うと、いろいろな方法で二等辺三角形を作図することができるな。 ▽いろいろな形の二等辺三角形で共通な性質は何だろう。 ◎2つの辺が等しい三角形は、どんな場合でも2つの角が等しくなるんだな。 				○	◇見いだした性質や証明の補助線を、記号を用いて表すことができる。	
	情報の収集 本時の目標	二等辺三角形の頂角の二等分線の性質について説明することができる。						
	<ul style="list-style-type: none"> ・二等辺三角形を折り紙で作り、半分に折ってみる。 ・「二等辺三角形の2つの底角は等しい」ことの証明を読み、 	<ul style="list-style-type: none"> ●二等辺三角形の性質は他にないだろうか。 ・合同な三角形があるが、前の時間に証明したことにつながっているな。 ▽ $\triangle ABH \equiv \triangle ACH$ からわかることはないかなあ 				○	◇証明を読み、新たに頂角の二等分線の性質を見いだすことができる。 ★図形の性質などの定理や用語を用	

	<p>新たに示すことができる性質を考える。</p> <p>・二等辺三角形の定義から「二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に2等分する」ことを証明する。</p>	 <p>●頂角の二等分線が底辺の垂直二等分線になっているけど、いつもそうなるのでしょうか。 ▽「いつもそうなる」ためには、証明しないとイケないな。</p>					<p>いて簡潔に表現することができる。</p>
2	<p>情報の収集 本時の目標</p> <p>・定義以外に二等辺三角形になる条件について考える。 ・「2つの角が等しい三角形は、二等辺三角形である」ことを証明する。</p>	<p>・2つの角が等しい三角形をかくと、2つの辺の長さが等しくなりそうだな。 ●どんな三角形でも2つの辺の長さが等しくなるのだろうか。 ◎三角形の2つの角が等しければその三角形は、等しい2つの角を底角とする二等辺三角形なんだな。</p>				○	<p>◇2つの角が等しい三角形は二等辺三角形になることを、三角形の合同条件を用いて証明しようとしている。</p>
	<p>情報の収集 本時の目標</p> <p>・二等辺三角形の底角の性質と、二等辺三角形になるための条件を比べる。 ・ある事柄やその逆が正しいといえるかどうかを調べ、正しくない場合に反例をあげて証明する方法を考える。</p>	<p>・仮定と結論が入れ替わっているな。 ●この3つの事柄の中に、逆にすると正しくないものがあるよ、どれだろう。そのわけを説明しよう。 ◎仮定と結論とを入れ替えても、いつも正しいとはいえないな。</p>				○	<p>◇命題が正しくないことを示すには、反例を挙げればよいことを理解している。</p>
	<p>情報の収集 本時の目標</p> <p>・合同な三角形をつくるための条件を考える。(本時)</p>	<p>●直線を2本引いて、合同な三角形をつくり、根拠を示そう。 ・ほかにも等しい辺ができそうだな。</p>				○	<p>◇二等辺三角形の定義や性質を使って、合同な三角形をつくり、根拠を示すことができる。 ★証明した事柄から、新たな図形の性質を見いだすことができる。</p>
3	<p>情報の収集 本時の目標</p> <p>・2つの直角三角形が合同であるといえるかどうか調べる。</p>	<p>●次の図の2つの直角三角形が合同であることを、三角形の合同条件を使って示そう。 タコ型</p>					

	<ul style="list-style-type: none"> ・直角三角形の合同条件についてまとめる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・直角三角形のときは、三角形の合同条件とは違う辺と角の位置関係でも合同がいえるな。 ◎三角形の合同条件に加えて、直角三角形の場合は合同の条件が増えるな。 			○	<ul style="list-style-type: none"> ◇証明から読み取った直角三角形の合同条件を、記号を用いて表すことができる。 ★図形の性質などの定理や用語を用いて簡潔に表現することができる。
	整理・分析 本時の目標	直角三角形の合同条件を利用して、図形の性質を証明することができる。				
	<ul style="list-style-type: none"> ・直角三角形の合同条件を用いて、図形の性質を証明する。 	<ul style="list-style-type: none"> ●図の中で等しい部分を見つけ、その理由を説明してみよう。 ・直角三角形の合同条件を使って、図形の性質を証明してみよう。 			○	◇直角三角形の合同条件を用いて、図形の性質の証明ができることを理解している。
4	情報の収集 本時の目標	平行四辺形の性質を証明することができる。				
	<ul style="list-style-type: none"> ・平行四辺形の定義についてまとめる。 ・平行四辺形の性質を見だし、それらのうち「平行四辺形の対辺は等しい」ことを証明する。 ・「平行四辺形の対辺は等しい」ことやその証明を用いて、平行四辺形の角や対角線についての性質を証明する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・平行四辺形とは、2組の対辺がそれぞれ平行な四角形のことなんだな。 ●平行四辺形の対辺はいつでも長さが等しいのだろうか。 ▽平行四辺形の定義がいていれば、「平行四辺形の対辺が等しい」ことが証明できるな。 ●平行四辺形の性質は他にないだろうか。 ◎「平行四辺形の対辺は等しい」ことの証明を使って、平行四辺形の別の性質がいえるな。 			○	<ul style="list-style-type: none"> ◇三角形の合同条件を用いて、平行四辺形の辺についての性質を証明できる。 ◇証明を読むことに興味をもち、三角形の合同を基に角や対角線の性質を証明しようとしている。
	整理・分析 本時の目標	平行四辺形の性質を利用して、図形の性質を証明することができる。				
	<ul style="list-style-type: none"> ・平行四辺形の性質を証明に活用する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・証明するとき、平行四辺形の性質は、等しい辺や角を示すときの理由として使えるな。 			○	◇平行四辺形の性質を用いて図形の性質を証明することができる。
5	情報の収集 本時の目標	具体的な事象を考察することを通して、平行四辺形になるための条件を証明することができる。				
	<ul style="list-style-type: none"> ・定義以外に平行四辺形になる条件について考える。 ・平行四辺形になるための条件を考え、それを証明する。 	<ul style="list-style-type: none"> ●四角形で辺や角、対角線などについて、どんなことがいえると平行四辺形になるだろうか。 ・平行四辺形の定義がいてたらいいんだな。 ●平行であることを示すには、何がいたらよいだろうか。 ◎考えた条件を使うと、いつでも平行四辺形になるんだな。 			○	<ul style="list-style-type: none"> ★図形の性質などの定理や用語を用いて簡潔に表現することができる。 ◇平行四辺形の性質の証明を基に、平行四辺形になるための条件を証明することができる。
	情報の収集 本時の目標	平行四辺形の性質の逆を証明し、平行四辺形になるための条件を見いだすことができる。				
	<ul style="list-style-type: none"> ・平行四辺形の性質の逆を証明する。 	<ul style="list-style-type: none"> ●二等辺三角形の性質の逆は証明できたが、平行四辺形の性質の逆は証明 			○	◇見いだした平行四辺形になるための条件を、記号を用いて表すことができる。

	<ul style="list-style-type: none"> 平行四辺形になるための条件をまとめる。 	<p>できるだろうか。</p> <ul style="list-style-type: none"> 平行四辺形の性質の逆はいつでも正しいのかな。 ◎平行四辺形になる条件としてまとめられるな。 				
	整理・分析 本時の目標	平行四辺形になるための条件を利用して、図形の性質を証明することができる。				
	<ul style="list-style-type: none"> いろいろな条件で、いつでも平行四辺形になるもの考える。 平行四辺形の性質や条件を用いて、図形の性質を証明する。 	<ul style="list-style-type: none"> ●平行四辺形になる条件としてまとめたこと以外の条件で、平行四辺形になるだろうか。 ◎どんな条件でも、結局平行四辺形になる条件を満たしているかどうか問われるんだな。 ◎条件などを仮定として、平行四辺形になる条件を結論として導き出すんだな。 				○ ◇平行四辺形の性質や平行四辺形になるための条件を理解し、証明の中での使い方が分かる。
6	整理・分析 本時の目標:	長方形、ひし形、正方形の定義をもとにして、それらが平行四辺形であることを証明することができる。				
	<ul style="list-style-type: none"> 長方形、ひし形、正方形、平行四辺形の関係を調べる。 	<ul style="list-style-type: none"> ◎長方形、ひし形、正方形の定義は、すべて平行四辺形になる条件を満たしているんだな。 				○ ◇長方形、ひし形、正方形の定義を理解し、平行四辺形の特別なものであることが分かる。 ◇長方形、ひし形、正方形の包含関係を理解しているか。 ※例 平行四辺形は正方形であるか。 正方形は平行四辺形であるか。
	整理・分析 本時の目標	長方形やひし形の対角線の性質を証明することができる。				
	<ul style="list-style-type: none"> 長方形、ひし形の定義から、対角線の性質を証明する。 対角線の性質の逆は必ずしも成り立たないことを、反例を挙げて示す。 成り立たないことの証明は反例を一つでも挙げればいいことを理解する。 	<ul style="list-style-type: none"> 長方形やひし形の対角線はどんな性質があるだろう。 ●対角線を引くと、どんな図形ができるでしょうか。 直角三角形や二等辺三角形ができるな。 ▽証明した性質の逆は必ずしも成り立たないんだな。 ◎逆が成り立つとき、成り立たないときのさまざまな図形をかいてみよう。 				○ ◇長方形、ひし形、正方形はそれぞれ特別な平行四辺形であること、正方形は特別な長方形であり、特別なひし形でもあることを理解している。
7	まとめ・創造・表現 本時の目標	平行線の性質を利用して、図形を等積変形することができる。				
	<ul style="list-style-type: none"> 多角形の面積を変えずに、平行線の性質を使って形を変えることを考える。 下図のような形の土地で、面積を変えずに一本線で分筆するにはどうすればよい 	<ul style="list-style-type: none"> ▽台形に対角線を引くと、面積の等しい三角形の組がたたくさんできるな。 ●作図した直線が、面積を変えずに形を変えていることを説明してみよう。 ◎平行線があれば、面積を 				○ ◇平行線による等積変形の考え方が説明できる。

	のか考える。 	変えずに図形の形を変えることができるな。				
	・平行線による等積変形の考え方をを用いて、面積が等しい図形を作図する。					
8	振り返り 本時の目標 ・単元を振り返り、日常生活にある課題を考える。	単元の振り返り ◎この単元で学習したことを日常生活で活用できる場面を探したい。	○			◇単元の考え方をを用いて具体的な事象を捉え説明することに興味をもち、問題の解決に生かそうとしている。 ★単元で学習した考え方を、日常生活や社会生活につなげる場面が分かっている。(ノート)

8 パフォーマンス課題

育てたい資質・能力	課題解決力（探究力）
教科の評価基準	平面図形の基本的な性質を根拠に、新たな性質を見だし、筋道を立てて説明することができる。

ある日、野球部のAさんとBさんが、五角形のホームベースを見ながら話し合っていました。

A「このホームベースの面積を求めるにはどうしたらいいだろう？」

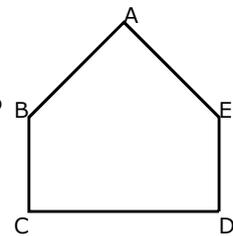
B「そうだなあ。底辺と高さが分かっていたら三角形の面積はすぐに分かるけどな。」

A「じゃあ、この前学習した五角形を3つの三角形に分けて、それぞれの面積を求めればいいじゃん。」

B「う～ん。何度も長さを測るのは面倒だなあ。」

A「面積を変えずに五角形を三角形にする方法があれば、簡単だね。」

面積を変えずに五角形を三角形にする方法を説明し、実際に面積を変えずに三角形を作図してみましょう。



9 パフォーマンスの評価基準

〈予備的ルーブリック〉

尺度 (評点, レベル)	記述語 (パフォーマンスの特徴)
3 理想的	等積変形の直線を作図できる。さらに、その直線の条件等を説明することができる。
2 合格	等積変形の直線を作図できる。
1 乗り越えさせたい実態	等積変形の直線を作図できない。

10 本時の展開

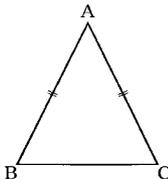
(1) 本時の目標

図形の性質の証明を読んで、新たな性質を見いだすことができる。

(2) 準備物

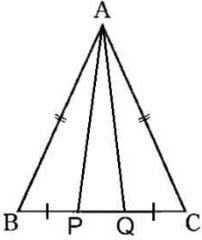
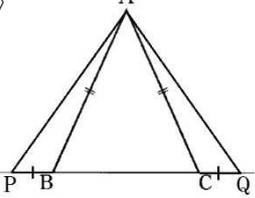
ワークシート, ヒントカード

(3) 本時の展開

学習活動	◇指導上の留意事項 ◆配慮の必要な生徒への支援	評価規準 (評価方法)	資質・能力 (評価方法)
1 本時の流れを確認する。〔2分〕			
○既習事項を確認する。 ・ $\angle A$ の二等分線を引くと、合同な三角形ができた。 ・合同を証明することで、二等辺三角形の性質がいえることが分かった。 ・三角形の合同条件を使えばよかった。	◇前時の証明を読み、合同な三角形を示すことで、どのような図形の性質がいえたのか想起させる。 ・ $\angle B = \angle C$ ・ADはBCの垂直二等分線 ◆三角形の合同条件をペアで復習させる。		
2 本時の課題を発見する。〔8分〕			
【本時の目標】			
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;"> 合同な三角形を証明することで、等しい辺や角を見つけることができる。 </div>			
○本時の流れを確認する。 ・合同な三角形をつくる。 ・合同を証明する。 ・証明から分かる等しい辺や角を見つける。 ・振り返り。 (問題を把握する)	◆本時の学習の流れを掲示し、見通しを持たせる。		
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;"> $AB = AC$の二等辺三角形がある。 これを合同な三角形に分けるには、どのようにすればよいか予想しましょう。 </div>			
(解決策を予想する) ○二等辺三角形ABCを合同な三角形に分割する方法を予想する。	◇既習事項と関連づけて、条件を変えて発展的に考えさせる。		

<ul style="list-style-type: none"> ・前の時間は点 A を通る 1 本の直線をひいた。 ・他に合同な三角形をつくる方法はないだろうか。 ・直線を 2 本に増やしてみよう。 	<p>◇前時から条件を変え、2 直線を引くとき、どのような引き方ができるのか考えさせる。</p>		
---	--	--	--

3 情報を整理・分析し、課題解決をする。〔30分〕

<p>(個人思考)</p> <p>○問題を解く。</p> <p>〈予想①〉</p>  <p>〈予想②〉</p>  <p>(集団思考)</p> <p>○全体で交流する。</p> <p>○それぞれの条件をワークシートに記入し、新たにいえそうな等しい辺や角を考える。</p> <p>〈予想①〉 $AP=AQ$</p> <p>〈予想②〉 $\angle APB=\angle AQC$</p>	<p>◇三角形の合同条件が使えるように、意図をもって直線を引かせる。</p> <p>◆直線のかいてあるヒントカードを提示し、必要な条件を記入させる。</p> <p>◆2本の直線は引けてもその条件が分からないなど、途中まででも考え方を書くようにさせる。</p> <p>◇分かっていること(仮定)と示したいこと(結論)を分けて発表させる。</p> <p>◆仮定や性質など根拠のあるものは黄色で、根拠のないものは赤色で色分けして示す。</p> <p>◇三角形が合同であることを、三角形の合同条件を用いて証明した後に、証明を振り返り、用いた関係と結論を【証明の振り返り】としてワークシートにかき出して整理し、新たな性質を見いださせる。</p>	<p>二等辺三角形の定義や性質を使って、合同な三角形をつくり、根拠を示すことができる。(数学的な見方や考え方)</p>	<p>証明した事柄から、新たな図形の性質を見いだすことができる。(ノート)【課題解決力】</p>
---	---	---	--

4 学習のまとめをする。〔5分〕

<p>○本時をまとめる。</p>	<p>条件を変えて、合同な三角形を証明することで、新たに等しい辺や角を見いだすことができる。</p>		
------------------	--	--	--

5 本時を振り返る。〔5分〕		
○振り返りを書く。	◇「今日の学習で分かったこと」「これまでの学習とのつながり」「もっと考えてみたいこと」について記述させる。	<ul style="list-style-type: none"> ・条件を変えると新たな性質を発見することができた。 ・今後証明したとき、条件を変えて新たな性質があるか考えたい。